

非线性激励作用下载液容器内 液体晃动的数值模拟

刘小民¹, 王星¹, 许运宾^{1,2}

(1. 西安交通大学能源与动力工程学院, 710049, 西安; 2. 杭州汽轮机股份有限公司工业透平研究院, 310022, 杭州)

摘要: 通过对周期性边界激励下的圆柱形容器内液体晃动的数值模拟, 分析了载液容器壁面受力与外部激励频率、摆动半径之间的变化关系, 以及液体晃动幅值、频率与外部激励频率、摆动半径之间的变化关系. 分析结果表明: 载液容器内的液体在经历了一段调整期后, 晃动幅值趋于稳定, 晃动频率接近激励频率; 当外界的激励频率接近液体固有频率时, 液体晃动幅值增大, 对容器壁面产生的冲击力增大; 液体的晃动频率与摆动半径无关, 晃动幅值随摆动半径的增大而减小. 该结果对于非线性激励作用下载液容器内液体晃动的研究、保证载液容器的运行的安全, 具有重要的参考价值.

关键词: 液体晃动; 欧拉-欧拉多相流模型; 载液容器; 数值模拟

中图分类号: U27 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)03-0119-07

Numerical Simulation of Liquid Sloshing in a Tank with Partially Filled Liquid by Nonlinear External Excitation

LIU Xiaomin¹, WANG Xing¹, XU Yunbin^{1,2}

(1. School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. Institute of Industrial Steam Turbine, Hangzhou Steam Turbine Co. Ltd., Hangzhou 310022, China)

Abstract: Numerical simulation on the liquid sloshing in a cylindrical tank with partially filled liquid by periodic boundary excitation was performed to determine the influences of external excitation frequency and swing radius upon the force exerted on the container wall, and upon the liquid sloshing amplitude and frequency. The numerical results show that after a period of adjustment, the sloshing amplitude will be stable and the sloshing frequency approaches the external excitation frequency. When the external excitation frequency approaches the liquid natural frequency, the liquid sloshing amplitude will increase and the impact force exerted on container wall will be stronger. In addition, the liquid sloshing frequency is irrelevant to the swing radius while the liquid sloshing amplitude decreases with an increase in swing radius.

Keywords: liquid sloshing; Eulerian-Eulerian multiphase model; tank with filled liquid; numerical simulation

在外界激励作用下, 载液容器内的液体将对容器产生冲击, 这是造成载液容器结构破坏的重要因素之一. 为了保障罐车运输安全, 本文作者曾针对罐车罐体内液体的动力学特性进行了数值研究, 详细

分析了罐车在刹车制动和转弯过程中罐体内液体的晃动过程^[1]. 然而, 通常情况下的载液容器受到的外界激励作用并非是一成不变的, 而是随着时间成周期性变化, 例如地面颠簸对行驶罐车的冲击实际上

是一种非线性的激励,海浪的作用会使行驶船舶绕某一轴线周期性摆动,地震波对地面储液罐的作用也是近似周期性的。这些近似周期性的外界激励有的是变振幅的,有的近似为等振幅。因此,研究载液容器在外界非线性激励作用下的力学动态响应,对于保障工业生产和交通运输安全具有十分重要的意义。

Lee 等^[2]将无黏流动与黏性流动相结合,采用数值方法研究了船体运动与舱体内液体晃动的非定常耦合作用。Faltinen 等^[3-5]采用摄动法计算获得了液体晃动幅值较大时速度的半解析解。Repalle 等^[6]通过建立二维储液容器摆动实验模型,分析了 30 min 内不同冲击压力下载液容器内液体的晃动情况。Clauss 等^[7]对 LNG 运输船舱体运动与液体相互作用进行了实验和数值研究。Cai 等^[8]对尺度比例为 1:45.5 的、依据 VLGC 模型的液体晃动冲击压力进行了实验测试,对充液比 K 分别为 30% 和 70% 时单一激励和多种激励作用下充液容器的受力进行了研究。Lee 等^[9]基于二维不可压缩流动模型,采用半隐式移动粒子方法,对漂浮充液容器内、外液体的相互耦合作用进行了数值模拟。Pal 等^[10]研究了外部激励作用下方形容器内液体晃动的现象。Liu 等^[11]采用大涡模拟方法对三维非线性液体晃动的自由界面破碎现象进行了数值分析。Shahverdiani 等^[12]对基部非线性激励作用下圆柱形,水泥储液罐内流体晃动进行了流固耦合分析。方智勇等^[13]采用 Level-Set 方法研究了舱体内液体晃动问题。陈志伟等^[14]利用 Fluent 软件对压力容器内液体晃动进行了数值模拟,研究了液体介质晃动对刚性壁面的冲击作用。刘新立等^[15]通过对液舱内液体晃动现象的研究,分析了不同液舱结构对液体晃动的影响。

本文基于计算流体动力学(CFD)方法,对载液容器壁面受力与外部激励频率、摆动半径的关系,液体晃动幅值、频率与外部激励频率、摆动半径的关系进行了分析,阐明了影响载液容器内液体晃动的外部非线性激励因素,以期液体的安全储运提供有益的参考。

1 数值方法

1.1 研究对象

研究对象是文献[16]中的载液容器,该容器的摆动激励模型如图 1 所示。载液容器为圆柱形,水平放置,其在外界激励作用下,以铅垂方向、距离容器中心为 R 且沿 Z 方向做弧长为 L 的周期性摆动。

载液容器的直径为 290 mm,长为 310 mm。图 2 为载液容器的计算模型及其网格划分,总网格数为 76 440。

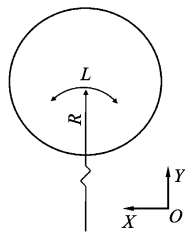


图 1 载液容器的摆动激励模型

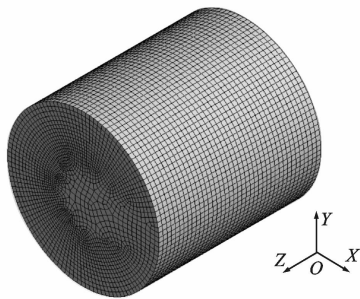


图 2 载液容器的计算模型及其网格划分

1.2 两相流计算模型

本文数值计算模型为欧拉-欧拉两相流模型,即两相均在欧拉坐标系下进行描述,计算时采用独立场模型(Inhomogeneous Model)和统一场模型(Homogeneous Model)分别求解连续相-离散相、连续相-连续相和离散相-离散相两相流动问题。在统一场模型中,两相共用一个流场,因此仅需求解一个输运方程。独立场模型主要是用来求解两相速度不一致的情况,如颗粒在空气中的下降问题。

对于部分充液的容器,其内气液两相流动中的气相和液相有明显的分界面,可以采用统一场模型进行模拟。载液容器中气液两相流动的控制方程为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \nabla \cdot (\rho U \phi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S \quad (1)$$

式中, ϕ 为通用变量; ρ 为全局密度; U 为全局速度; Γ 为广义扩散系数; S 为广义源项。相应的计算公式如下

$$\rho = \sum_{a=1}^{N_p} r_a \rho_a \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{\rho} \sum_{a=1}^{N_p} r_a \rho_a U_a \quad (3)$$

$$\Gamma = \sum_{a=1}^{N_p} r_a \Gamma_a \quad (4)$$

其中: r_α 为 α 相的体积分数; ρ_α 为 α 相的密度; U_α 为 α 相的速度; N_p 为总相数.

1.3 湍流模型

湍流计算采用 SST 模型. SST 模型考虑到了湍流剪切应力对输运过程的影响,同时对湍流黏性项进行了修正.该模型对近壁区的处理是自适应的,即在近壁区:当网格 y^+ 足够小时,模型采用低 Re 模型计算边界层;当网格 y^+ 较大时,模型自动切换为壁面函数来计算边界层;当网格 y^+ 介于上述二者之间时,模型采用平滑过渡的方法来计算边界层.本文的求解器是 CFX.

1.4 有效性验证

下面对 K 为 0.1~0.9 共 9 种情况下的载液容器进行了数值分析. $K=0$ 表示容器内未装载液体, $K=1$ 表示容器内装满液体,这 2 种情况均不涉及载液容器内液体的晃动问题.至于非线性激励作用引起的刚性容器自身的晃动问题,也不在本文的研究范围之内.

获取容器内液体晃动频率的常用方法是,先对容器施加一个初始激励,然后计算液体从自由晃动到稳晃动定时对容器壁的作用力.一般情况下,液体对容器的作用力是周期性的,但是受到液体自身黏性及其与容器壁的摩擦碰撞的影响,液体晃动的幅度是逐渐减小的.本文借鉴文献[17]的方法,先让容器和液体一起以 0.1 m/s 的速度沿水平方向(X 方向)运动,然后在某一时刻(计算中表示为 $t=0$ s 时刻)突然终止容器运动,这样在惯性力的作用下,容器内液体形成自由晃动.容器壁面为不可滑移边界,也不考虑传热的影响.对于部分充液的容器,容器内载有气液两相均匀连续的介质,计算时采用统一场模型进行求解,初始液面压强为 1 个标准大气压.

图 3 为 K 与圆柱型容器内液体晃动频率 f_s 的关系.从图 3 可以看出,数值计算结果与实验测量结果吻合良好.

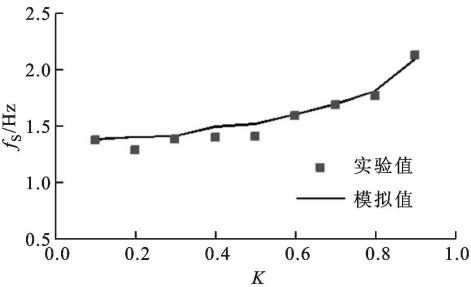


图 3 K 与圆柱型容器内液体晃动频率的关系

间历程.受力的时域变化经 FFT 变换后,可以得到液体晃动的作用力 P 在不同激励频率下的能量分布图,如图 5 所示.从图 5 可以看出,容器中液体晃动的能量分布是十分集中的,能量密度最大值对应的频率即为液体晃动的固有频率.

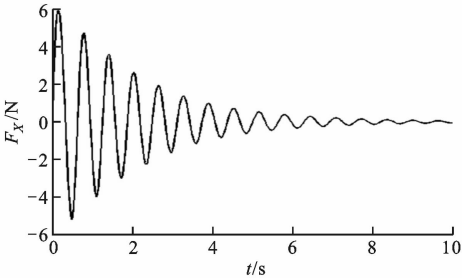


图 4 $K=0.6$ 时容器侧壁沿 X 方向受力的时间历程

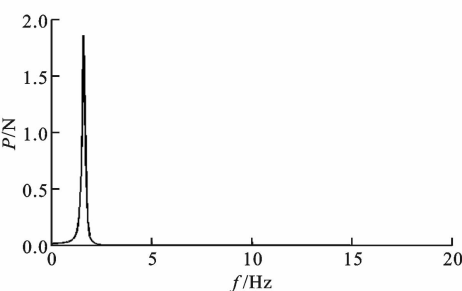


图 5 $K=0.6$ 时液体晃动的作用力在不同激励频率下的能量分布

2 不同激励频率下载液容器内液体晃动

2.1 参数选择

当 $K=0.5$ 时,载液容器共振频率为 1.518 Hz,外界激励频率分别为 1.518、1.418、1.618、1.218、1.818 Hz,摆动半径 $R=145$ mm,摆动弧长 $L=10$ mm,重力加速度为 9.81 m/s²,初始时载液容器为静止状态.非定常计算时间 $t=30$ s,时间步长 $\Delta t=0.01$ s.计算过程中不考虑传热影响,壁面边界为不可滑移边界.

2.2 计算结果与分析

以圆柱形容器侧壁面受到的 X 方向作用力来反映容器内液体的晃动状态.图 6 为激励频率为 1.518 Hz 时容器侧壁面沿 X 方向受力的时间历程.从图 6 可以看出,容器侧壁面沿 X 方向受力的幅值是动态变化的.在 0~2.5 s 时,容器侧壁面受力幅值逐渐增大,且出现了一个较大的峰值;在 2.5~4.5 s 时,受力幅值逐渐减小;在 4.5~10 s 时,受力又呈现出逐渐增大的趋势.在 20 s 之前,受力幅

图 4 为 $K=0.6$ 时容器侧壁沿 X 方向受力的时

值变化比较大,在 20 s 之后,受力趋于稳定(有小幅度的变化,但变化幅度小于 10%的平均幅值).造成这种晃动的主要原因是,容器内液体由一种状态(静止)突然进入到另一种状态(单一频率、单一振幅的周期性激励)的缘故. 在外界非线性激励作用下,容器内液体晃动的幅没有被无限地放大,这主要是液体内部阻尼耗散的能量与系统内的能量(包括外界激励产生的能量)达到平衡的缘故.

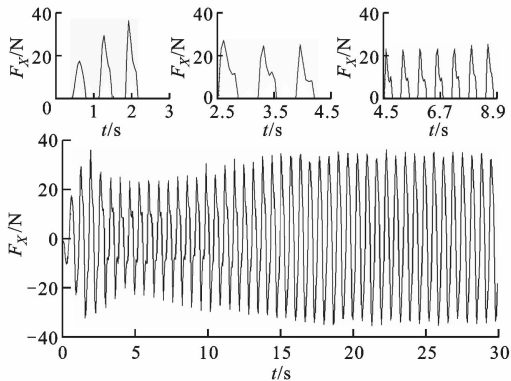


图 6 激励频率为 1.518 Hz 时容器侧壁面沿 X 方向受力的时间历程

3.95、9.95 s 时容器内的气液两相分布. 从图 7 可以看出: $t=1.9$ s 时,液面倾斜程度最大,液体晃动的高度最大,这表明该时刻液体对壁面沿 X 方向的作用力最大; $t=3.95$ s 时,液面倾斜程度减小,液体晃动的高度低于 $t=1.9$ s 时的情况,该时刻液体对壁面沿 X 方向的作用力有所减小; $t=9.95$ s 时,液面倾斜程度有所增大,但液体晃动的高度低于 1.9 s 的情况,该时刻液体对壁面沿 X 方向的作用力较 3.95 s 有所增大. 通过分析认为,引起上述现象的原因是,当容器内液体集中在圆柱形容器右侧壁面时,该壁面将承受更大的压力. 随着液面倾斜程度的增加,有更多的液体向圆柱形容器右侧壁面集中,这相当于施加给圆柱形容器的压力相应增大.

容器内液体晃动在进入稳定状态之前称为调整阶段. 在调整阶段之后的 20~30 s 范围内,液体晃动波经 FFT 变换后得到的容器侧壁面沿 X 方向受力的频谱如图 8 所示. 从图 8 可以看出,液体晃动的能量主要分布在 1.501 6 Hz 和 4.6 Hz,这表明在基本稳定阶段,尽管液体晃动仍未达到完全稳定,但液体能量的分布已经相当集中了.

图 7 为激励频率为 1.518 Hz 且 t 分别为 1.9、

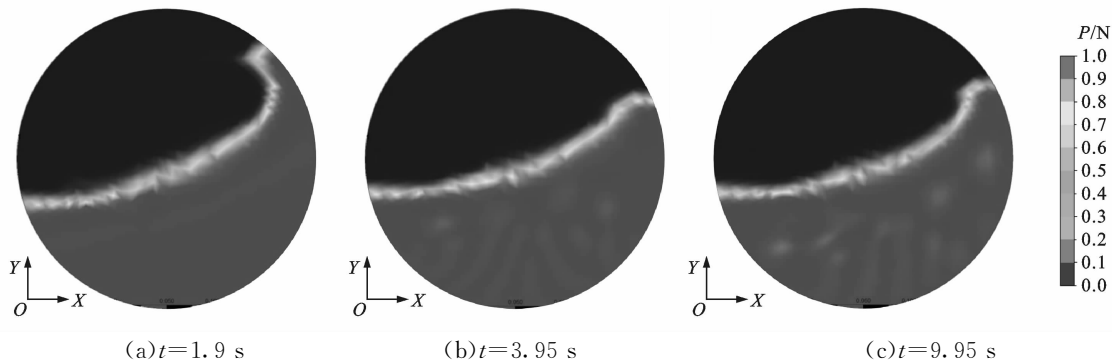


图 7 激励频率为 1.518 Hz 下不同时刻的气液两相分布

图 9 为激励频率为 1.518 Hz 时容器侧壁面沿 X 方向受力的幅频图. 从图 9 可以看出:当频率为 1.501 6 Hz 时,液体晃动幅值最大,达到 30.151 N;

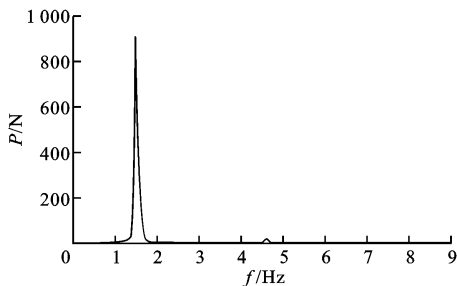


图 8 20~30 s 内容器侧壁面沿 X 方向的受力频谱图

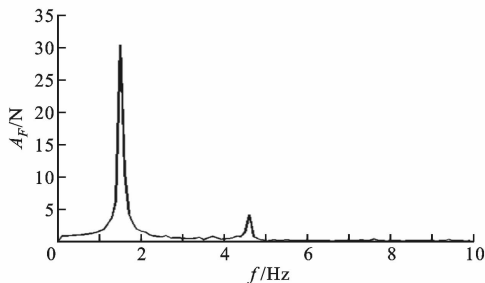


图 9 激励频率为 1.518 Hz 时容器侧壁面沿 X 方向的受力幅频图

当频率为 4.6 Hz 时,液体晃动幅值较小,为 4.11 N;在其他频率条件下,液体的晃动幅值可以忽略不计.

由计算获得的液体晃动频率与激励频率之差

$$\delta = 1.518 \text{ Hz} - 1.501\ 6 \text{ Hz} = 0.0164 \text{ Hz} \quad (5)$$

其相对误差

$$\epsilon = \frac{1.518 \text{ Hz} - 1.501\ 6 \text{ Hz}}{1.518 \text{ Hz}} = 1.080\ 4\% \quad (6)$$

图 10 为计算和实验获得的激励频率和液体晃动时的稳定频率. 从图 10 可以看出, 稳定频率和激励频率均线性增大, 稳定频率与激励频率之间存在着一个基本不变的差值. 分析认为, 稳定频率与激励频率存在的差异主要是模拟计算时间不够长的缘故. 当取样时间为 20~30 s 时, 尽管液体晃动基本稳定, 但仍未达到完全稳定, 因此外界的激励频率比容器内液体的稳定频率大.

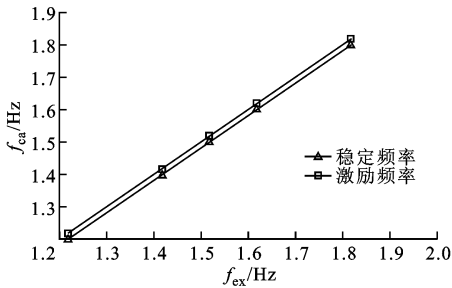


图 10 计算和实验获得的激励频率和液体晃动时的稳定频率

随着模拟计算时间的增加, 液体晃动的稳定频率将越来越接近于外界的激励频率, 为了验证这一点, 本文将计算时间由 30 s 延长至 120 s, 即延长了载液容器在调整阶段之后的时间范围. 在 60~120 s 取样并进行 FFT 分析, 可以得到容器侧壁面沿 X 方向的受力频谱、幅频图, 如图 11、12 所示. 从图 11、12 可以看出, 当频率为 1.517 5 Hz 时, 液体晃动幅值最大(采样频率的减小将造成幅值最大值有所减小), 此时计算获得的晃动频率与激励频率之差为

$$\delta = 1.518 \text{ Hz} - 1.517\ 5 \text{ Hz} = 0.000\ 5 \text{ Hz} \quad (7)$$

其相对误差为

$$\epsilon = \frac{1.518 \text{ Hz} - 1.517\ 5 \text{ Hz}}{1.518 \text{ Hz}} = 0.032\ 9\% \quad (8)$$

与式(6)的计算结果相比, 式(8)计算获得的相对误差更小. 因此, 从误差结果的分析来看, 随着计算时间的延长, 液体晃动频率的稳定值逐渐逼近于外界的激励频率, 这个性质与固体振动是一致的.

图 13 为不同的外界激励频率下容器侧壁面沿 X 方向受力的最大幅值与稳定幅值. 从图 13 可以看出: 容器内液体晃动稳定后, 容器侧壁面沿 X 方向

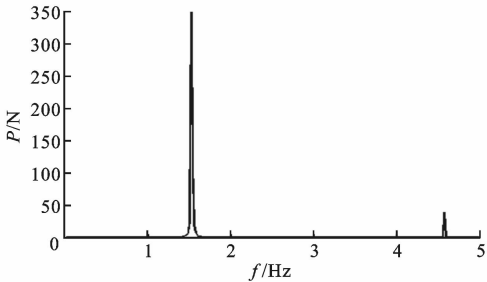


图 11 60~120 s 内容器侧壁面沿 X 方向的受力频谱图

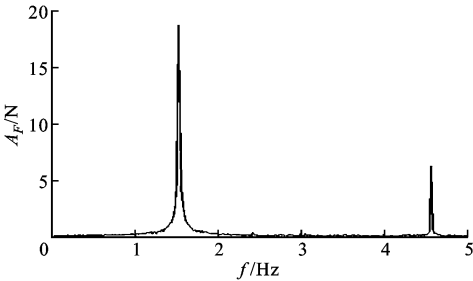


图 12 60~120 s 内容器侧壁面沿 X 方向的受力幅频图

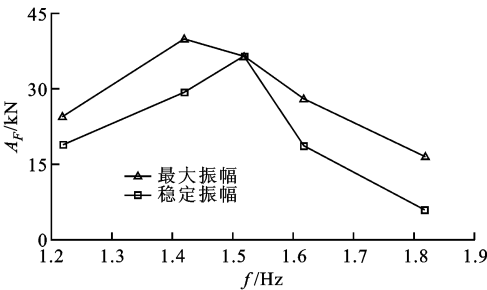


图 13 不同激励频率下容器侧壁面沿 X 方向受力的最大幅值和稳定幅值

受力的稳定幅值随着激励频率的增大先增后减, 共振频率为 1.518 Hz, 此处稳定幅值最大; 侧壁面沿 X 方向受力的最大幅值的变化虽然与稳定幅值的变化不一致, 但仍然呈现出先增后减的规律, 在 1.418 Hz 处的幅值最大. 从安全角度考虑, 为了减小侧壁面的受力, 应该避开液体的共振频率. 避开共振频率的方法主要有 2 种: ①调整外部激励频率, 例如, 车辆行驶中可以通过改变行驶速度来避免液体晃动与路面颠簸发生共振; ②通过改变容器形状来改变液体晃动的频率, 例如, 海洋航行中的船只可以通过调整载液容器的结构来避免运输液体的晃动与海浪冲击发生共振.

3 不同摆动半径下载液容器内液体晃动的模拟

3.1 参数选择

载液容器的 $K=0.5$, 激励频率为 1.518 Hz, R 分别为 145、200、300、600、1 000、6 000、20 000 mm,

L 为 10 mm, 重力加速度为 9.81 m/s^2 , 初始时载液容器为静止状态. 非定常计算时间 $t = 30 \text{ s}$, $\Delta t = 0.01 \text{ s}$. 在计算过程中不考虑传热影响, 壁面边界为不可滑移边界.

3.2 计算结果与分析

图 14 为载液容器的摆动半径对液体晃动的稳定频率的影响. 从图 14 可以看出, 液体晃动的稳定频率保持在 $1.50 \sim 1.52 \text{ Hz}$, 其变化很有限, 这说明液体晃动的稳定频率与摆动半径无关.

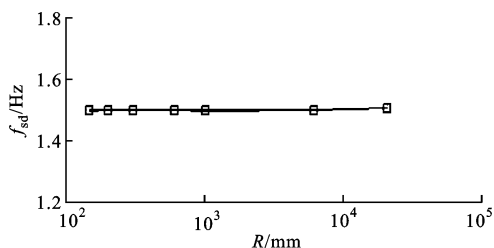


图 14 载液容器晃动的稳定频率随摆动半径的变化

图 15 为载液容器侧壁面沿 X 方向受力的最大值和稳定值与摆动半径的关系. 从图 15 可以看出: 不同的摆动半径下, 容器侧壁面沿 X 方向受力的最大值和稳定值差别不大; 随着摆动半径的增大, 侧壁面沿 X 方向受力的最大幅值和稳定幅值逐渐趋近一个稳定值 (31.2 N). 当摆动半径较小时, 受力的最大幅值变化比较大; 当摆动半径较大时, 容器侧壁面的受力较小且相对稳定. 因此, 对于移动式载液容器, 需事先考察路况的影响, 以确定载液容器的摆动半径.

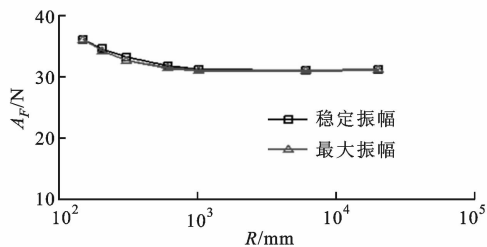


图 15 载液容器侧壁面沿 X 方向受力的最大幅值和稳定幅值与摆动半径关系

4 结 论

本文以圆柱形载液容器为研究对象, 对不同的外界激励频率及摆动半径下的液体晃动进行了数值模拟, 对容器内液体在外界周期性非线性激励下的晃动规律进行了分析, 结论如下.

(1) 在外界的非线性激励频率下, 载液容器内液体晃动需要经历一个调整期, 在调整期内会出现

一个较为剧烈的、能量相对集中的晃动波, 晃动波对容器壁面会产生较大的冲击. 液体晃动在经过调整期后会趋于稳定, 当外界激励频率接近于液体固有频率时, 液体晃动的稳定幅值增大, 对容器壁面产生的冲击力比较大, 但是这种晃动状态不会被无限地放大, 而是稳定在某一确定的晃动幅度范围内. 经分析认为, 这是因为液体内部的阻尼耗散能量与外界激励达到了平衡.

(2) 数值模拟表明: 载液容器晃动的稳定频率与摆动半径无关; 对于相同的摆动幅值, 液体晃动的剧烈程度随摆动半径的增大而减小.

上述结果可以用来预测地震波对锚固在地面上的储液罐体的破坏情况.

参考文献:

- [1] 刘小民, 许运宾. 部分充液罐车动力学特性的数值模拟与分析 [J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(6): 116-123.
- LIU Xiaomin, XU Yunbin. Numerical simulation for dynamic analysis of a moving truck with partially filled liquid tank [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(6): 116-123.
- [2] LEE S, KIM M. The effects of inner-liquid motion on LNG vessel responses [J]. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2010, 132(2): 1101-1108.
- [3] FALTINSEN O M. A nonlinear theory of sloshing in rectangular tanks [J]. Journal of Ship Research, 1974, 18(4): 224-241.
- [4] FALTINSEN O M. Hydroelastic slamming [J]. Journal of Marine Science and Technology, 2000, 5(2): 49-65.
- [5] FALTINSEN O M, TIMOKHA A N. An adaptive multimodal approach to nonlinear sloshing in a rectangular tank [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2001, 432(1): 167-200.
- [6] REPALLE N, TRUONG T, THIAGARAJAN K, et al. The effect of sampling rate on the statistics of impact pressure [C]// 29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. New York, USA: ASME, 2010: 565-572.
- [7] CLAUSSE G F, TESTA D, SPRENGER F. Coupling effects between tank sloshing and motions of a LNG carrier [C]// 29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. New York, USA: ASME, 2010: 75-82.
- [8] CAI Zhonghua, ZHONG Yinghua, LI Zhe, et al. Ex-

- perimental study of impact pressures and reaction forces on a VLGC tank due to sloshing [C]//29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. New York, USA: ASME, 2010: 551-557.
- [9] LEE B H, PARK J C, KIM M H. Two-dimensional vessel-motion/liquid-sloshing interactions and impact loads by using a particle method [C]// 29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. New York, USA: ASME, 2010: 679-686.
- [10] PAL P. Sloshing of liquid in partially filled container-an experimental study [J]. International Journal of Recent Trends in Engineering, 2009, 1 (6): 1-5.
- [11] LIU D, LIN P. A numerical study of three-dimensional liquid sloshing in tanks [J]. Journal of Computational Physics, 2008, 227 (8): 3921-3939.
- [12] SHAHVERDIANI K, RAHAI A R, KHOSH-NOUDIAN F. Fluid-structure interaction in concrete cylindrical tanks under harmonic excitations [J]. International Journal of Civil Engineering, 2008, 6 (2): 132-141.
- [13] 方智勇, 杨松林, 朱仁庆. Level-Set 法在液体晃荡研究中的应用 [J]. 水动力学研究与进展: A 辑, 2007, 22(2): 150-156.
- FANG Zhiyong, YANG Songlin, ZHU Renqing. Application of level-set method in the research on liquid sloshing [J]. Journal of Hydrodynamics; Ser A, 2007, 22(2): 150-156.
- [14] 陈志伟. 移动式压力容器介质晃动数值模拟及防波装置研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2006.
- [15] 刘新立. 船载液体晃荡载荷特性研究 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2009.
- [16] 李松, 高芳清, 杨翊仁, 等. 液体晃动有限元模态分析及试验研究 [J]. 核动力工程, 2006, 27(2): 102-103.
- LI Song, GAO Fangqing, YANG Yiren, et al. Finite element modal analysis and dynamic experiment for liquid sloshing [J]. Nuclear Power Engineering, 2006, 27(2): 102-103.
- [17] 刘奎, 康宁. 罐车制动时液体晃动的仿真分析 [J]. 北京航空航天大学学报, 2009, 35 (7): 799-803.
- LIU Kui, KANG Ning. Simulation of liquid slosh in braking process of tank truck [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009, 35 (7): 799-803.

[本文相关文献链接]

- 分数阶阻尼裂纹转子的非线性动力学特性分析. 2012, 46 (1):76-80.
- 部分充液罐车动力学特性的数值模拟与分析. 2011, 45(6): 116-123.
- 空气中水滴和半空间弹性体撞击力学行为的数值模拟. 2011, 45(5): 102-107.
- 水中球形微气泡演化的动力学行为分析与控制. 2011, 45 (7):27-33.
- 错位安装对多联组配轴承转子系统动力学特性的影响. 2011, 45(7): 106-111.
- 陶瓷/金属复合装甲抗弹约束效应述评. 2011, 45(3):7-15.
- 初始形状对浮升气泡动力特性的影响. 2011, 45(1):43-47.
- 内嵌自主移动钢球欧拉梁自适应碰撞减振研究. 2010, 44 (11):103-108.
- 同步回转式混输泵的工作原理与动力特性研究. 2010, 44 (1):60-65.
- 基于结合面的机床振动分析及优化设计. 2010, 44(5):96-99.
- 一种基于非结构化网格的流体体积法界面重构方案. 2010, 44(9):99-103.
- 基于弹簧近似的非结构化网格自适应处理方法. 2010, 44 (9):104-108.
- 泡状流相分布及湍流结构的欧拉-拉格朗日双向耦合数值研究. 2010, 44(7):1-5.
- 单级悬浮工作台平面运动测量系统对准误差分析. 2010, 44 (1):51-55.
- 低冲击能量液滴与球面碰撞沉积特性的数值研究. 2009, 43 (7):21-24.
- 分数阶阻尼 Duffing 系统的非线性动力学特性. 2009, 43 (3):50-54.
- 扇形射流的空气动力学特性. 2009, 43(3):97-100.
- Bulk Flow 方法分析孔型密封转子动力特性的有效性. 2009, 43(1): 24-28.

(编辑 苗凌)